

§ 2.1 极限的概念; 2.2 极限运算法则

1. 观察并写出下列函数的极限。

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{3x-1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x$$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 3 \\ 2x+1, & x \geq 3 \end{cases}$, 画出函数 $f(x)$ 的图像, 并讨论当 $x \rightarrow 3$ 时函数的左右极限及 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 的存在性。

3. 默写函数极限的运算法则。

4. 用极限运算法则计算下列函数的极限。

$$(1) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + x}$$

$$(2) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}$$

$$(3) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

$$(4) \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + x - 3}$$

$$(5) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1+x}}$$

$$(6) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

$$(7) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right)$$